Vraag	Antwoord	Scores

Kopgroep

1 maximumscore 3

- De vluchters zijn nog $\frac{25}{50} = 0,5$ (uur) onderweg — 1
- Het peloton is nog $\frac{28}{53} = 0,52...$(uur) onderweg — 1
- Het peloton haalt de vluchters dus niet in — 1

of

- De vluchters zijn nog $\frac{25}{50} = 0,5$ (uur) onderweg — 1
- Het peloton legt (in een half uur) $0,5 \cdot 53 = 26,5$ (km) af — 1
- (Dit is minder dan 28 km, dus) het peloton haalt de vluchters niet in — 1

2 maximumscore 3

- De vergelijking $80 = \dfrac{6 \cdot \frac{10}{60} \cdot p^2}{3(p-50) + \sqrt{6 \cdot \frac{10}{60} \cdot p \cdot 2 + 9(p-50)^2}}$ moet worden opgelost — 1
- Beschrijven hoe deze vergelijking kan worden opgelost — 1
- Het antwoord: ($p = 56,07...$ dus) 57 (km/uur) — 1

Opmerking: voor het eindantwoord 56 (km/uur) geen scorepunten in mindering brengen

3 maximumscore 4

- $\dfrac{dK}{dp} = \dfrac{2 \cdot 0,1 \cdot p \cdot (p-50) - 0,1 \cdot p^2 \cdot 1}{(p-50)^2}$
  (of $\dfrac{dK}{dp} = 2 \cdot 0,1 \cdot p \cdot (p-50)^{-1} + 0,1 \cdot p^2 \cdot -1(p-50)^{-2}$) — 2
- $\dfrac{dK}{dp} = \dfrac{0,2 \cdot p^2 - 0,2 \cdot 50p - 0,1 \cdot p^2}{(p-50)^2}$ — 1
- Dit herleiden tot $\dfrac{dK}{dp} = \dfrac{0,1 \cdot p^2 - 10 \cdot p}{(p-50)^2} = \dfrac{0,1 \cdot p \cdot (p-100)}{(p-50)^2}$ — 1

Opmerkingen

– *Als bij het differentiëren de product- of de quotiëntregel niet is gebruikt, mogen voor het eerste antwoordelement geen scorepunten worden toegekend.*

– *Voor het eerste antwoordelement mag voor een niet volledig juist antwoord 1 scorepunt worden toegekend.*

4 maximumscore 3

- Een schets van $\frac{\mathrm{d}K}{\mathrm{d}p}$ (met p tussen 50 en 75) 1
- De grafiek van $\frac{\mathrm{d}K}{\mathrm{d}p}$ ligt voor p tussen 50 en 75 onder de p-as, dus K is voor p tussen 50 en 75 een dalende functie 1
- De afstand K wordt dus steeds kleiner als p groter wordt 1

Dichtheidshoogte

5 maximumscore 3

bij **vraag 5**, moeten altijd 3 scorepunten worden toegekend, ongeacht of er wel of geen antwoord gegeven is, en ongeacht het gegeven antwoord. 3

6 maximumscore 3

- Beschrijven hoe de vergelijking $15-0,0065h=-56,5$ kan worden opgelost 1
- De oplossing: h = 11 000 1
- $L=(1013,25\cdot\left(1-\frac{0,0065\cdot 11\,000}{288,15}\right)^{5,2561}=)$ 226,3 (hPa) 1

7 maximumscore 5

- $L' = 5,2561 \cdot 1013,25 \cdot \left(1 - \frac{0,0065h}{288,15}\right)^{4,2561} \cdot -\frac{0,0065}{288,15}$
  (of een gelijkwaardige uitdrukking) 2
- Als h toeneemt, neemt $\left(1 - \frac{0,0065h}{288,15}\right)$ af 1
- (L' is steeds negatief en) als $\left(1 - \frac{0,0065h}{288,15}\right)$ afneemt, wordt L' steeds minder negatief 1
- L is dus afnemend dalend 1

Opmerkingen
- *Als bij het differentiëren de kettingregel niet is gebruikt, mogen voor het eerste antwoordelement geen scorepunten worden toegekend.*
- *Voor het eerste antwoordelement mag voor een niet volledig juist antwoord 1 scorepunt worden toegekend.*

8 maximumscore 4

- Beschrijven hoe de vergelijking $1013,25 \cdot \left(1 - \frac{0,0065h}{288,15}\right)^{5,2561} = 990$ kan worden opgelost 1
- De oplossing: $h = 195,3...$ 1
- Bij $h_P = 195,3...$ hoort $T_P = 15 - 0,0065 \cdot 195,3... (= 13,7...)$ 1
- $D = 195,3... + 36,576 \cdot (21,4 - 13,7...) = 475,8...$, dus het antwoord is 476 (m) 1

9 maximumscore 3

- $T_P = 15 - 0,0065 \cdot (8,23 \cdot (1013,25 - M))$ 1
- $a = (-0,0065 \cdot 8,23 \cdot -1 =) 0,053$ 1
- $b = (15 - 0,0065 \cdot 8,23 \cdot 1013,25 =) -39,204$ 1

Beweging

10 maximumscore 4

- De evenwichtsstand is $a = -\frac{5,70}{2} = -2,85$ 1
- De amplitude is $b = \frac{1,90}{2} = 0,95$ en de periode blijft gelijk, dus $c = (\frac{\pi}{22} =)\ 0,14$ 1
- Uit $c = \frac{\pi}{22}$ volgt dat de periode 44 is 1
- De grafiek gaat bij $x = \frac{1}{4} \cdot 44$ stijgend door de evenwichtsstand dus $d = 11$ 1

of

- De evenwichtsstand is $a = -\frac{5,70}{2} = -2,85$ 1
- De amplitude is $\frac{1,90}{2} = 0,95$ en de periode blijft gelijk, dus $c = (\frac{\pi}{22} =)\ 0,14$ 1
- Wegens symmetrie: de grafiek gaat dalend door de evenwichtsstand bij $x = 33$ 1
- Dus $b = -0,95$ en $d = 33$ 1

11 maximumscore 5

- Een formule die hoort bij de binnenrand van de linker balk in de figuur is $y = 1,90 + 1,90\sin\left(\frac{\pi}{22}(x - 33)\right)$ 1
- De werkelijke evenwichtsstand en amplitude zijn $1,90 \cdot 80 = 152$ mm, dit is 15,2 cm 1
- Een x-coördinaat van het beginpunt wordt $\frac{33 \cdot 80}{10} = 264$ cm 1
- De periode wordt $\frac{44 \cdot 80}{10} = 352$ cm, dit geeft $c = \frac{2\pi}{352} (= \frac{\pi}{176})$ 1
- Een formule is $y = 15,2 + 15,2\sin\left(\frac{\pi}{176}(x - 264)\right)$ 1

Opmerkingen

- *Als het omrekenen van mm naar cm vergeten is, hiervoor in totaal 1 scorepunt in mindering brengen.*
- *Als de waarde van c wordt gegeven als decimaal getal, hiervoor geen scorepunten in mindering brengen.*

12 **maximumscore 3**

- De vergelijking $45 = 38,0 + 23,5\sin(0,0172(t-80))$ moet worden opgelost 1
- Oplossen van deze vergelijking geeft ($t = 97,5...$ en) $t = 245,0...$ 1
- De tweede dag (bij $t = 245,0...$) is: 3 september 1

Kaartenhuis

13 **maximumscore 2**

- Het aantal staande kaarten in de n-de laag is $2n$ 1
- Het aantal liggende kaarten in de n-de laag is $n-1$, dus $K(n) = 2n + n - 1 = 3n - 1$ 1

of

- Het aantal liggende kaarten in de n-de laag is $n-1$ 1
- Het aantal staande kaarten in de n-de laag is $2n$, dus $K(n) = 2n + n - 1 = 3n - 1$ 1

14 **maximumscore 4**

- $T(n-1) = \frac{3}{2}(n-1)^2 + \frac{1}{2}(n-1)$ 1
- Dit geeft $T(n-1) = \frac{3}{2}(n^2 - 2n + 1) + \frac{1}{2}(n-1)$ 1
- Dus $T(n-1) = \frac{3}{2}n^2 - 2\frac{1}{2}n + 1$ 1
- Hieruit volgt $T(n) - T(n-1) = \frac{3}{2}n^2 + \frac{1}{2}n - (\frac{3}{2}n^2 - 2\frac{1}{2}n + 1) = 3n - 1\ (= K(n))$ 1

15 **maximumscore 3**

- $K(n) = 54$ geeft $n = 18,3...$, dus het aantal lagen is 18 1
- Er geldt $T(18) = 495$ 1
- $\frac{495}{54} = 9,1...$, dus 10 pakjes speelkaarten 1

Vraag	Antwoord	Scores

16 **maximumscore 4**

- $T(2)=7$, $T(10)=155$ en $T(11)=187$ — 2
- ($3\cdot 54=162$, dus) het eerste kaartenhuis heeft 10 lagen en er blijven $(162-155=)\ 7$ kaarten over voor het tweede kaartenhuis — 1
- Daarmee kan precies een tweede kaartenhuis van 2 lagen worden gebouwd — 1

of

- ($3\cdot 54=162$, dus) de vergelijking $T(n)=162$ moet worden opgelost — 1
- Beschrijven hoe de oplossing $n=10,2...$ kan worden gevonden — 1
- Het eerste kaartenhuis heeft 10 lagen en er blijven $(162-155=)\ 7$ kaarten over voor het tweede kaartenhuis — 1
- $T(2)=7$, dus er kan precies een tweede kaartenhuis van 2 lagen worden gebouwd — 1

Opmerking
Voor het eerste antwoordelement in het eerste antwoordalternatief mag voor een niet volledig juist antwoord 1 scorepunt worden toegekend.

17 **maximumscore 3**

- $(n+\frac{1}{6})^2=\dfrac{T+\frac{1}{24}}{\frac{3}{2}}$ (of $(n+0{,}166...)^2=\dfrac{T+0{,}0416...}{1{,}5}$) — 1
- Dit geeft $n+\frac{1}{6}=\sqrt{\dfrac{T+\frac{1}{24}}{\frac{3}{2}}}$ (of $n+0{,}166...=\sqrt{\dfrac{T+0{,}0416...}{1{,}5}}$) — 1
- Het antwoord: $n=\sqrt{0{,}67T+0{,}03}-0{,}17$ — 1

Bevolkingsgroei

18 maximumscore 4

- $r = 1000 \cdot \dfrac{\ln\left(\frac{7834}{7383}\right)}{5} = 11{,}858...$ 1
- De vergelijking $1000 \cdot \dfrac{\ln\left(\frac{W(10)}{7383}\right)}{10} = 11{,}858...$ moet worden opgelost 1
- Beschrijven hoe deze vergelijking kan worden opgelost 1
- Het antwoord: 8313 (miljoen) 1

of

- Omdat r gelijk blijft, geldt $1000 \cdot \dfrac{\ln\left(\frac{7834}{7383}\right)}{5} = 1000 \cdot \dfrac{\ln\left(\frac{W(10)}{7834}\right)}{5}$ 1
- Dit geeft $\dfrac{7834}{7383} = \dfrac{W(10)}{7834}$ 1
- Beschrijven hoe deze vergelijking kan worden opgelost 1
- Het antwoord: 8313 (miljoen) 1

19 maximumscore 3

- $r = 1000 \cdot \dfrac{\ln\left(\frac{W(t)}{W(0)}\right)}{t}$ geeft $\ln\left(\dfrac{W(t)}{W(0)}\right) = \dfrac{r \cdot t}{1000}$ 1
- Dit geeft $\dfrac{W(t)}{W(0)} = \mathrm{e}^{\frac{r \cdot t}{1000}}$ 1
- Hieruit volgt $W(t) = W(0) \cdot \mathrm{e}^{\frac{r \cdot t}{1000}}$ (en dit geeft $W(t) = W(0) \cdot \mathrm{e}^{0{,}001 \cdot r \cdot t}$) 1

Vraag	Antwoord	Scores

20 maximumscore 4

- De formule van $r_1 + r_2$ als één breuk schrijven:
  $$r_1 + r_2 = 1000 \cdot \frac{\ln\left(\frac{W(t)}{W(0)}\right) + \ln\left(\frac{W(2t)}{W(t)}\right)}{t}$$ 1
- Dit herleiden tot $1000 \cdot \frac{\ln\left(\frac{W(t)}{W(0)} \cdot \frac{W(2t)}{W(t)}\right)}{t}$ 1
- Dit vereenvoudigen tot $1000 \cdot \frac{\ln\left(\frac{W(2t)}{W(0)}\right)}{t}$ 1
- Dus $r_1 + r_2 = 1000 \cdot \frac{\ln\left(\frac{W(2t)}{W(0)}\right)}{t} = 2 \cdot 1000 \cdot \frac{\ln\left(\frac{W(2t)}{W(0)}\right)}{2t} = 2r$ 1

of

- De formule van $r_1 + r_2$ als één breuk schrijven:
  $$r_1 + r_2 = 1000 \cdot \frac{\ln\left(\frac{W(t)}{W(0)}\right) + \ln\left(\frac{W(2t)}{W(t)}\right)}{t}$$ 1
- Dit herleiden tot $1000 \cdot \frac{\ln(W(t)) - \ln(W(0)) + \ln(W(2t)) - \ln(W(t))}{t}$ 1
- Dit vereenvoudigen tot $1000 \cdot \frac{\ln(W(2t)) - \ln(W(0))}{t}$ 1
- Dus $r_1 + r_2 = 1000 \cdot \frac{\ln\left(\frac{W(2t)}{W(0)}\right)}{t} = 2 \cdot 1000 \cdot \frac{\ln\left(\frac{W(2t)}{W(0)}\right)}{2t} = 2r$ 1

Vraag	Antwoord	Scores

21 **maximumscore 4**

- De populatiegroei-ratio voor de periode 2020-2050 is $\frac{12,4+11,8+10,7+10,0+9,8+9,6}{6}=10,716...$ — 1
- De factor $e^{0,001 \cdot 10,716... \cdot 30}$ — 1
- $e^{0,001 \cdot 10,716... \cdot 30}=1,379...$ — 1
- Het antwoord: 38(%) — 1

of

- De populatiegroei-ratio voor de periode 2020-2050 is $\frac{12,4+11,8+10,7+10,0+9,8+9,6}{6}=10,716...$ — 1
- $W(30)=7834 \cdot e^{0,001 \cdot 10,716... \cdot 30}$ $(=10\,804,6...)$ — 1
- $\frac{10\,804,6...}{7834}=1,379...$ — 1
- Het antwoord: 38(%) — 1

Einduitslag van de Volvo Ocean Race

22 maximumscore 6

- Het inzicht dat een team nog maximaal 8 punten voor de etappe kan halen en dat er 0 punten gehaald worden als het team niet finisht 1
- Het inzicht dat team A vierde wordt in de einduitslag 1
- In de top 3 zijn er (3! =) 6 mogelijkheden (omdat alle opties nog open liggen) 1
- Het inzicht dat team T niet meer over team V heen kan en dat team S dat wel kan (als team S 8 punten voor de laatste etappe pakt en team V 0 punten, dan kan team S boven team V eindigen op basis van de havenraces, omdat er nog maximaal 14 punten voor de havenraces te verdienen zijn) 1
- Er zijn voor de onderste drie teams 3 mogelijke volgordes (omdat team T achter team V eindigt) 1
- In totaal zijn er dus ($6 \cdot 1 \cdot 3 =$) 18 mogelijkheden 1

of

- Het inzicht dat een team nog maximaal 8 punten voor de etappe kan halen en dat er 0 punten gehaald worden als het team niet finisht 1
- Voor de eerste plaats zijn er nog 3 mogelijkheden, voor de tweede plaats zijn er nog 2 mogelijkheden 1
- Daarna liggen de derde en vierde plaats vast 1
- Als team V vijfde wordt, zijn er twee mogelijkheden voor de zesde plaats (en ligt de zevende plaats vast) 1
- Als team S vijfde wordt, wordt team V zesde (en ligt ook de zevende plaats vast) 1
- In totaal zijn er dus ($3 \cdot 2 \cdot 1 \cdot 1 \cdot (1 \cdot 2 \cdot 1 + 1 \cdot 1 \cdot 1) =$) 18 mogelijkheden 1

Bronvermeldingen

Kopgroep	
foto	bron: Ger Limpens
Beweging	
foto	bron: https://nl.wikipedia.org/wiki/lijst_van_beelden_in_Noordwest_en_Overvecht_(Utrecht)
Kaartenhuis	
foto	bron: onurdongel/iStock